

**Олимпиада «Математика без границ»
Первый тур**

1) «Задача на английском языке»

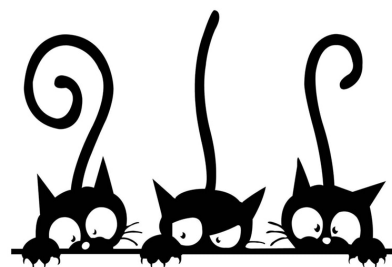
I have three mathematical cats called Ex, Why and Zed.

Ex and Why together weigh 7 kg

Why and Zed together weigh 8 kg

Zed and Ex together weigh 11 kg

What would my cats weigh if I weighed all three together? (5б)



2) «Задача на смекалку»

К Мише приехал дядя. Когда он спросил его, из какого тот города, дядя ответил загадкой. Он зашифровал свой город с помощью цифр: 21221. И сказал, что вообще-то родился он в другом городе: 211221. Помогите Мише ответить: откуда приехал дядя и в каком городе он родился? (5б)

3) «Функции и графики»

Найти область определения функции $y = \frac{5}{4 - \frac{3}{2 - \frac{1}{x}}}$ (5б)

4) «Определители»

Вычислить определитель $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}$ (10б)

5) «Матрицы»

Найти матрицу X размера 2 на 2 такую, что $X \cdot X = E$ (15б)

6) «Пределы функций»

Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x}$ (10б)

7) «Производные»

Найти производные функций (10б)

$$f(x) = 2^{\arcsin 3x} + 6 \cdot \sqrt{\lg 3x}$$

$$f(x) = 2x^{10} - 5x^6 \cdot \sqrt{x} + \frac{7}{x^3 \cdot \sqrt{x}} + 7$$

8) «Графы»

Составьте замкнутую цепь из чисел от 1 до 10 (включительно) таким образом, чтобы любые 2 соседних числа в сумме давали простое число. (10б)

9) «Теория вероятностей»

У квадратного трёхчлена $x^2 + px + q$ коэффициенты p и q выбраны наудачу из отрезка $[-1; 1]$. Какова вероятность того, что квадратный трёхчлен имеет действительные корни? (15б)

10) «Элементы математической логики. Теория алгоритмов. Машина Тьюринга»

Слова A и B заданы в единичной системе счисления (например, число 3-это 111).

Реализовать операцию умножения $A \times B$. (Например, дано 111×11

получить $111 \times 11 = 111111$) (15б)